



Candidato n.º _____

REDE SUL E ILHAS

Prova de avaliação dos conhecimentos para alunos que tenham concluído (ou venham a concluir) o nível ensino secundário de educação por vias profissionalizantes ou em cursos artísticos especializados.

Data da realização da prova: 24-06-2022

PARTE B

MATEMÁTICA

Classificação: Grupo I _____ ; Grupo II _____

Classificação final: _____

NORMAS

- As respostas devem ser dadas nos espaços previstos para tal, sem usar as margens ou as entrelinhas.
- Identifique e numere todas as folhas de prova com o número que lhe foi atribuído.
- Deverá ser utilizada caneta ou esferográfica azul ou preta.
- Não é permitido o uso de corretor.
- Não é permitida a utilização de qualquer dispositivo de comunicação móvel.
- É permitida a utilização de máquina de calcular, que satisfaça cumulativamente as seguintes condições:
 - ser silenciosa;
 - não necessitar de alimentação exterior localizada;
 - não ter capacidade de comunicação à distância;
 - não ter fitas, rolos de papel ou outro meio de impressão.
- A prova inclui um formulário para as questões do grupo I.
- As cotações das questões da prova estão disponíveis na última página.
- Nas questões com itens de escolha múltipla, assinale a sua resposta com uma cruz .



Candidato n.º _____

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

- As respostas ilegíveis ou que não possam claramente ser identificadas serão classificadas com zero pontos.
- Só serão consideradas as respostas que apresentem de forma inequívoca a opção assinalada. Caso seja apresentada mais que uma resposta em cada questão, a cotação atribuída será de zero pontos.
- Nas questões optativas, caso sejam resolvidas mais questões do que as solicitadas, serão consideradas apenas as primeiras dessas questões.

FORMULÁRIO

GRUPO I – Estatística e Probabilidade

Probabilidade Total e Regra de Bayes

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) = \\ = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

$$P(B_k|A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \frac{P(B_k)P(A|B_k)}{P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)}$$

com k a assumir os valores 1 ou 2.

Modelo Normal

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \simeq 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \simeq 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \simeq 0,9973$$



Candidato n.º _____

Candidato n.º _____

GRUPO I – Estatística e Probabilidade

QUESTÕES OBRIGATÓRIAS

1. O número de veículos vendidos num determinado ano por uma marca de automóveis está representado na seguinte figura.

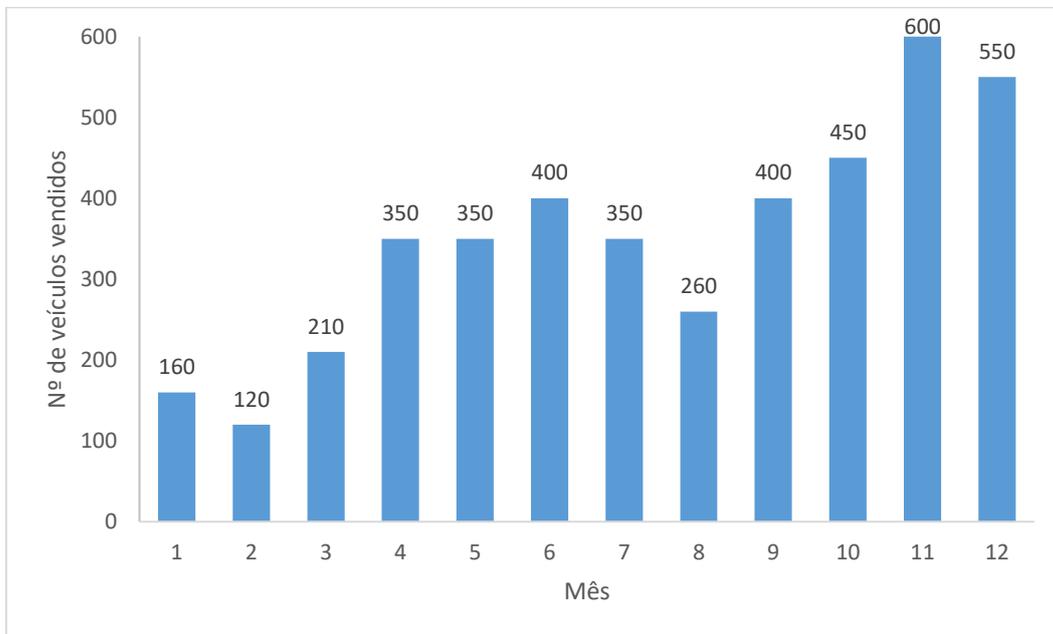


Figura 1

Nas questões seguintes, seleccione a única opção correta.

- 1.1. Considerando o número de veículos vendidos no ano em questão, podemos afirmar que (arredondando a uma casa decimal):

- (A) 19,5% das vendas efetuaram-se em junho
- (B) 20,0% das vendas efetuaram-se no 1º trimestre
- (C) 37,9% das vendas efetuaram-se no 1º semestre
- (D) 50,0% das vendas efetuaram-se no 1º semestre
- (E) 72,6% das vendas efetuaram-se no 3º trimestre
- (F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

1.2. A média mensal do número de veículos vendidos é:

- (A) Igual a 375
- (B) Inferior à mediana e à moda
- (C) Superior à mediana e à moda
- (D) Igual à mediana e à moda
- (E) Igual a 300
- (F) Nenhuma das anteriores

2. Num estudo sobre o número de carros elétricos disponíveis em 800 empresas de um determinado distrito verificou-se que existe um igual número de empresas com 3 e 4 carros elétricos e 30% das empresas possuem 1 carro elétrico na sua frota. Os dados referentes a este estudo encontram-se apresentados na tabela 1, parcialmente preenchida:

Tabela 1

Número de carros elétricos	Frequência relativa acumulada (%)
0	a
1	70
2	90
3	b
4	c

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

2.1. O número de empresas no estudo com 4 carros elétricos na sua frota é:

- (A) 5
- (B) 20
- (C) 30
- (D) 40
- (E) 80
- (F) Nenhuma das anteriores



Candidato n.º _____

2.2. O número médio (arredondado a duas casas decimais) de carros elétricos na frota das empresas é:

(A) 0,26

(B) 0,61

(C) 0,90

(D) 1,05

(E) 1,50

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

QUESTÕES OPTATIVAS

Resolva apenas uma questão de entre as questões 3 e 4.

3. Alguns engenheiros afirmam que a idade de um automóvel, devido ao desgaste do mesmo, influencia o seu consumo de combustível. Para analisar o rendimento de combustível de um automóvel (Y), em km/l, ao longo do tempo (X), em anos, recolheram-se dados referentes a doze automóveis, cujos resultados são apresentados na seguinte tabela:

Tabela 2

Nº de anos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Rendimento	10,7	10,9	10,8	9,3	9,5	10,4	9,0	9,3	7,6	7,6	7,9	7,7

Nas questões seguintes, seleccione a única opção correta.

- 3.1. Considerando como variável dependente o rendimento de combustível do automóvel, o modelo de regressão linear obtido a partir dos dados apresentados na tabela 2 (com os valores arredondados a duas casas decimais) é:

- (A) $y = 1134x - 325$ (D) $y = -0,32x + 11,34$
 (B) $y = 11,34x + 0,32$ (E) $y = 11,34x - 0,32$
 (C) $y = 0,32x + 11,34$ (F) Nenhuma das anteriores

- 3.2. Com base no modelo obtido, o valor do coeficiente de correlação (arredondado a duas casas decimais), só poderá ser:

- (A) -1,25 (D) 1,50
 (B) -0,91 (E) 90,70
 (C) 0,91 (F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

4. Num estudo sobre a venda de veículos elétricos em Portugal, no ano de 2021, observou-se que 70% de todos veículos vendidos em Portugal foram veículos de passageiros. Sabe-se ainda que 40% dos veículos são simultaneamente de passageiros e elétricos. Do conjunto dos veículos que não são de passageiros, 70% não são elétricos.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 4.1 A probabilidade de um veículo, selecionado aleatoriamente de entre os veículos vendidos em Portugal em 2021, ser elétrico é (arredondada a duas casas decimais):

(A) 0,10

(D) 0,61

(B) 0,30

(E) 0,79

(C) 0,49

(F) Nenhuma das anteriores

- 4.2 Admita que o tempo de vida (em anos) das baterias dos veículos elétricos apresenta uma distribuição normal com mediana igual a 8 anos e uma variância igual a 4. A probabilidade de uma bateria de um veículo elétrico, selecionado aleatoriamente, durar menos de 6 anos é (arredondada a duas casas decimais):

(A) 0,02

(D) 0,32

(B) 0,05

(E) 0,68

(C) 0,16

(F) Nenhuma das anteriores



Candidato n.º _____

Candidato n.º _____

**GRUPO II – Estudo de Funções Polinomiais; Taxa de variação;
Otimização; Funções de Crescimento**

QUESTÕES OBRIGATÓRIAS

5. Uma bola é lançada a partir do solo descrevendo uma trajetória representada pela função:

$$f(x) = 8x - x^2$$

em que x (em metros) representa a posição horizontal da bola. A bola foi lançada da posição $x = 0$.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 5.1. A distância a que bola volta a atingir o solo é:

(A) 4 m

(D) 12 m

(B) 6 m

(E) 16 m

(C) 8 m

(F) Nenhuma das anteriores

- 5.2. Quando a bola atinge uma altura de 12 metros, a posição horizontal é:

(A) $x = 2$ ou $x = 6$

(D) $x = 4$ ou $x = 8$

(B) $x = 2$ ou $x = 4$

(E) $x = 6$ ou $x = 8$

(C) $x = 4$ ou $x = 6$

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

6. No ano de 2005 foi construído um lago onde foram introduzidos peixes. Admitindo que, t anos depois, o número de peixes existentes no lago é definido aproximadamente por:

$$f(t) = \frac{2000}{1 + 24e^{-0,13t}}$$

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 6.1. O número de peixes introduzidos no lago em 2005 foi:

- | | |
|----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> (A) 25 | <input type="checkbox"/> (D) 500 |
| <input type="checkbox"/> (B) 80 | <input type="checkbox"/> (E) 2000 |
| <input type="checkbox"/> (C) 200 | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

- 6.2. O número de peixes (arredondado às unidades) que existia no lago em 2021 era igual a:

- | | |
|----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> (A) 250 | <input type="checkbox"/> (D) 800 |
| <input type="checkbox"/> (B) 480 | <input type="checkbox"/> (E) 1600 |
| <input type="checkbox"/> (C) 500 | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

- 6.3. Sabe-se que o lago tem capacidade (máxima) para 1600 peixes e que no ano imediatamente antes desse valor ser atingido é necessário transferir uma parte dos peixes para outro lago. Indique o ano em que ocorreu ou ocorrerá a transferência de peixes para o novo lago.

- | | |
|-----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> (A) 2021 | <input type="checkbox"/> (D) 2040 |
| <input type="checkbox"/> (B) 2030 | <input type="checkbox"/> (E) 2042 |
| <input type="checkbox"/> (C) 2032 | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

Candidato n.º _____

QUESTÕES OPTATIVAS

Resolva apenas duas questões de entre as questões 7, 8 e 9.

7. Considere-se uma folha de cartolina quadrada com 18 cm de lado. Pretende-se construir uma caixa, sem tampa, retirando um quadrado de x cm de lado a cada canto da cartolina ($x \in]0, 9[$).

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 7.1. O volume $V(x)$ da caixa é definido pela expressão:

(A) $V(x) = 4x^3 - 72x^2 + 324x$

(D) $V(x) = 3x^3 - 72x^2 - 81x$

(B) $V(x) = 2x^3 - 36x^2 + 162x$

(E) $V(x) = x^3 - 36x^2 + 324x$

(C) $V(x) = x^3 - 18x^2 + 81x$

(F) Nenhuma das anteriores

- 7.2. O volume $V(x)$ da caixa é máximo para:

(A) $x = 3$ cm e $V = 132$ cm³

(D) $x = 9$ cm e $V = 526$ cm³

(B) $x = 6$ cm e $V = 216$ cm³

(E) $x = 9$ cm e $V = 729$ cm³

(C) $x = 3$ cm e $V = 432$ cm³

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

8. Numa corrida de perseguição, os atletas A e B partem da mesma posição nos instantes $t = 1 \text{ s}$ e $t = 5 \text{ s}$, respetivamente. As posições dos atletas A e B são definidas em metros, como função do tempo (em segundos) por:

$$g_A(t) = t - 1, \quad t \geq 1$$

$$g_B(t) = \frac{1}{2}(t - 5)^2, \quad t \geq 5$$

Nas questões seguintes, seleccione a única opção correta.

- 8.1. O instante em que o atleta B alcança o atleta A é:

(A) $t = 3 \text{ s}$

(D) $t = 7,5 \text{ s}$

(B) $t = 5 \text{ s}$

(E) $t = 9 \text{ s}$

(C) $t = 6 \text{ s}$

(F) Nenhuma das anteriores

- 8.2. A distância da partida ao ponto em que o atleta B alcança o atleta A é:

(A) 2 m

(D) 8 m

(B) 5 m

(E) 16 m

(C) 6,5 m

(F) Nenhuma das anteriores



Candidato n.º _____

9. Seja x um número real positivo e k uma constante. Considere a seguinte função:

$$f(x) = e^{3 \ln(x)} + \log(10^{-5x}) + \log_3\left(\frac{3^k}{81}\right)$$

Nas questões seguintes, seleccione a única opção correta.

9.1. Para $x > 0$, a expressão da função anterior é equivalente a:

(A) $x^3 - 5x + k - 81$

(D) $\ln(3x) - 5x + k + 4$

(B) $x^3 - 5x - 4k$

(E) $x^3 - 5x + k - 4$

(C) $\ln(3x) - 5x + k - 4$

(F) Nenhuma das anteriores

9.2. Considerando $k = 4$, o valor de x que anula a função f , no seu domínio, é:

(A) $x = 1$

(D) $x = -5$

(B) $x = -\sqrt{5}$

(E) $x = 5$

(C) $x = \sqrt{5}$

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

COTAÇÃO

PARTE B (100 PONTOS)

Grupo	Questão	Cotação (pontos)		
Grupo I	Obrigatórias			
	1.1.	4		
	1.2.	4		
	2.1.	4		
	2.2.	4		
	Optativas			
	3.1.	4.1.	9	7
	3.2.	4.2.	5	7
	Subtotal		30	
	Grupo II	Obrigatórias		
5.1.		8		
5.2.		8		
6.1.		8		
6.2.		8		
6.3.		8		
Optativas				
7.1.		8.1.	9.1.	8 (x 2)
7.2.		8.2.	9.2.	7 (x 2)
Subtotal		70		
Total		100		